

3. Transformationsformalismus und Synchronisation

Die bisher dargestellten Zusammenhänge zwischen Zeit- und Ortskoordinaten sind zum vollständigen Verständnis des Sachverhalts noch nicht ausreichend. Von H. Poincaré wurde hierzu bereits im Jahre 1900 der Begriff der „Ortszeit“ und die sich daraus ergebenden Folgerungen diskutiert [10]. Von A. Einstein wurde dann die generelle Aussage getroffen, dass die Ortzeiten von bewegten Beobachtern stets durch Synchronisierungen miteinander verknüpft werden müssen [12].

Innerhalb der speziellen Relativitätstheorie nimmt die Betrachtung der Synchronisierung von Ereignissen einen sehr prominenten Raum ein. In jedem Lehrbuch wird diese beschrieben; außerdem gibt es eine Vielzahl von Veröffentlichungen hierzu, die hier nur zu einem kleinen Teil betrachtet werden können.

Generell lässt sich das Thema in zwei Rubriken unterteilen:

1. Die Synchronisierung von Ereignissen mittels Signalaustausch
2. Die Synchronisierung von Ereignissen durch Austausch von Uhren

Die Ergebnisse entsprechen nicht dem intuitiven menschlichen Verständnis von Gleichzeitigkeit und sind daher nicht einfach zu verstehen. Dies liegt an der Tatsache, dass ein Signalaustausch zwischen zwei Beobachtern stets mit Lichtgeschwindigkeit erfolgt und dies in die Betrachtungen mit einbezogen werden muss. Im Folgenden werden zunächst die Zusammenhänge bei der Synchronisierung von Ereignissen mittels Signalaustausch betrachtet, die Synchronisierung mittels Austausches von Uhren wird in Kapitel 5 behandelt.

3.1 Ortszeit und Synchronisation mittels Signalaustausch

Es sei ein Versuchsaufbau betrachtet, bei dem ein Labor mit der Länge a sich in Ruhe befindet und von einem Körper mit der Geschwindigkeit v passiert wird (Abb. 3.1). An den beiden Enden A und E befindet sich jeweils eine Uhr. Beim Eintreffen des bewegten Körpers bei A (Fall a) wird die Uhr gestellt, und zwar auf den Wert

$$t = -\frac{a}{v} \tag{3.01}$$

3. Transformationsformalismus und Synchronisation

Nach dem Erreichen des Punktes E (Fall b) hat dann die Uhr am Punkt A den Wert 0 erreicht. Auf diese Weise sind die beiden Sender synchronisiert. Zu diesem Zeitpunkt wird von A und E gleichzeitig ein Signal ausgesendet, das zum Zeitpunkt

$$t = \frac{a}{c} \quad (3.02)$$

beim jeweiligen anderen Partner eintrifft (Fall c).

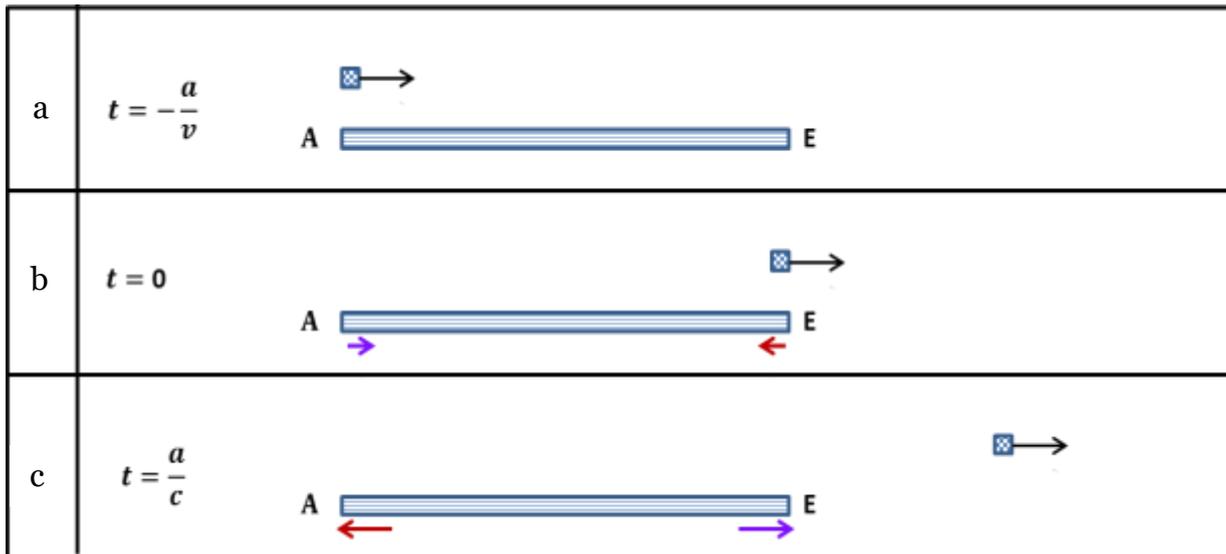


Abb. 3.1 Versuchsaufbau zur Synchronisation eines unbewegten Körpers durch Uhren an den Enden A und E

Wegen des Relativitätsprinzips müssen alle Versuchsteilnehmer zu den gleichen Ergebnissen kommen, wenn statt des Labors der in Abb. 3.1 bewegte Körper als ortsfest betrachtet wird. Werden diese Gegebenheiten aufgetragen, so entsteht ein völlig anderes Schaubild. In Abb. 3.2 ist ein solches Raum-Zeit-Diagramm dargestellt.

Zunächst trifft A auf den ruhenden Körper (dargestellt als A_0). Nun beginnt die Wartezeit, bei der aus Sicht des ruhenden Beobachters die Zeitdilatation berücksichtigt ist. Teilnehmer E passiert den ruhenden Beobachter bei E_1 (bei dieser Darstellung ist berücksichtigt, dass das bewegte Labor aus Sicht des ruhenden Beobachters um den Faktor γ verkürzt ist). Nun wird ein Signal an A gesendet das bei A_4 dort ankommt. Nach Ablauf der Wartezeit sendet A beim Punkt A_2 ebenfalls sein Signal aus, das dann bei E_3 eintrifft.

Es ist hier klar erkennbar, dass aus Sicht des unbewegten Beobachters die Zeiten bei den bewegten Laborenden A und E nicht gleich sind. Der Zeitpunkt „0“ ist hierbei abhängig von der Entfernung zum ruhenden Beobachter und verläuft auf einer Linie, die im Diagramm mit x' gekennzeichnet ist.

Generell handelt es sich hierbei um einen der wesentlichen Effekte der Speziellen Relativitätstheorie. Dieser wird auch als „Relativität der Gleichzeitigkeit“ bezeichnet.

3.2 Minkowski-Diagramm

Das oben dargestellte Diagramm wurde in die Relativitätstheorie von H. Minkowski (1864-1909) eingeführt, der neben vielen wichtigen wissenschaftlichen Beiträgen auch diese nach ihm benannte Darstellung entwickelt hat [15c].

Minkowski-Diagramme zeigen eine Reihe von Besonderheiten. Zunächst wird üblicherweise nicht die Darstellung von t sondern von ct über x gewählt. Hierdurch erhalten beide Achsen die gleiche Dimension und es können direkte Ableitungen daraus erfolgen. Nach Normierung entsteht das in Abb. 3.3 dargestellte Aussehen. In dieser Form zeigt das Diagramm eine Spiegelsymmetrie bezüglich der 45°-Achse, die durch den Ursprung verläuft.

Es ist möglich aus diesen Diagrammen direkt die Koordinaten zu ermitteln, die sich für den ruhenden (x, ct) und für den bewegten Beobachter (x', ct') für den gleichen Sachverhalt ergeben. Im Diagramm Abb. 3.4 ist hierzu beispielhaft der Punkt $P_{x,ct}$ mit den Koordinaten $x = 3$ und $ct = 2$ dargestellt. Dies ist der Wert, an der sich ein bewegter Beobachter aus Sicht des ruhenden Systems in einer Entfernung von 3 Längeneinheiten (LE) nach 2 Zeiteinheiten (ZE) bezogen auf den Ursprung aufhält.

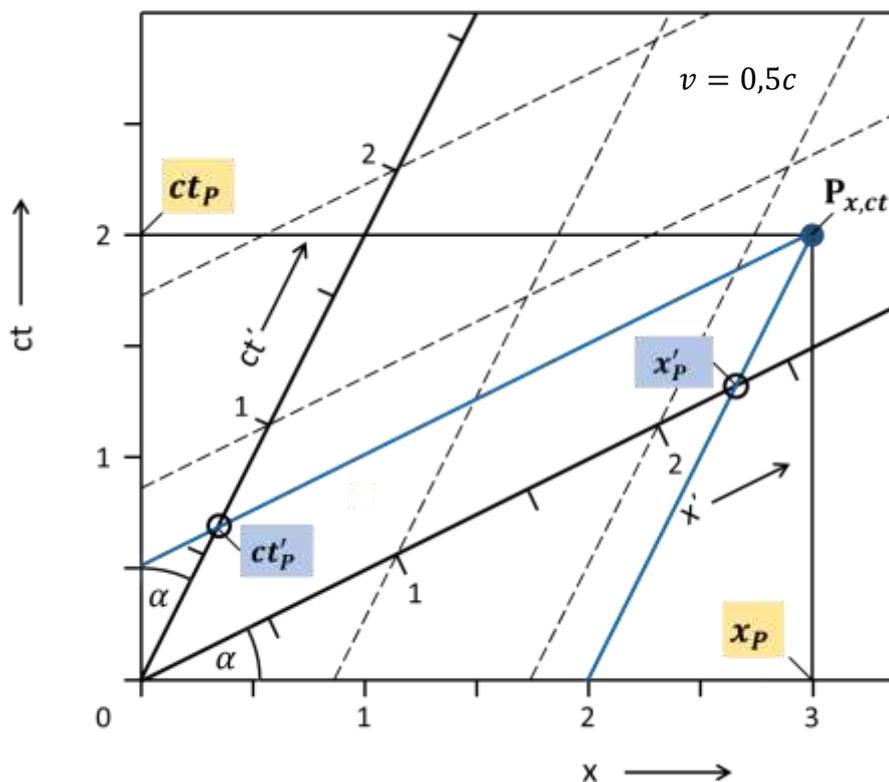


Abb. 3.3: Minkowski-Diagramm: Beispiel mit Punkt $x = 3$ und $ct = 2$.
Grafische Bestimmung der Koordinaten im bewegten System x', ct'

Das x'/ct' – Koordinatensystem ist nicht rechtwinklig sondern weist die Winkel α zum System x/ct auf. Daher werden auch die Koordinaten unter diesem Winkel abgelesen. Es werden Parallelen zur x' und ct' Achse gebildet. Die Werte für x'_p und ct'_p können dann wie dargestellt an den Schnittpunkten mit den Achsen $ct' = 0$ bzw. $x' = 0$ abgelesen werden.

3.3 Lorentz-Transformation

Es wird im nächsten Kapitel gezeigt, dass eine rein grafisch/geometrische Ableitung in der Folge zu den Lorentz-Transformationsgleichungen führt. Dies ist zwingend erforderlich, da es sonst zu Widersprüchen innerhalb der Theorie kommen würde.

3.3 Lorentz-Transformation

Zur Ableitung der Lorentz-Transformation gibt es eine Vielzahl von Ansätzen, die hier nur beispielhaft erwähnt werden können. Gemäß der von M. Born [26] eingeführten und auch heute noch genutzten Klassifizierung [47] gibt es grundsätzlich den grafischen und den algebraischen Ansatz. Während die grafische Herleitung nur selten genutzt wird [z. B. 26a] gibt es für den algebraischen Ansatz eine Vielzahl von Varianten. Diese reichen neben der klassischen Darstellung [12,29] von der „schnellsten“ Ableitung [30] über konventionelle Ansätze [31,32] bis zur Verwendung des Tensor Kalküls [27,28,33]. Darüber hinaus lassen sich auch Teile des grafischen und algebraischen Ansatzes verbinden [19]. Da die Lorentz Transformation zu den wichtigsten Elementen der speziellen Relativitätstheorie gehört soll deren Ableitung an dieser Stelle auch an ausgewählten Beispielen gezeigt werden.

Grundsätzlich gilt, dass die vorliegenden Beziehungen linear sein müssen. Gäbe es z. B. quadratische Terme, dann würden Ableitungen nach Ort oder Zeit von dem Ort oder der Zeit selbst abhängen. Alle physikalischen Gesetze, die Ableitungen nach Ort oder Zeit enthalten (z. B. Geschwindigkeit, Beschleunigungen) wären dann bei nicht linearen Beziehungen vom Nullpunkt des entsprechenden Orts- oder Zeitmaßstabs abhängig. In einem solchen Fall könnte dies aber Gegenstand direkter Messungen sein und widerspricht somit der allgemeinen Vorstellung von der Homogenität des Raums und der Zeit. Ein weiterer Punkt ist, dass die zu ermittelnden Beziehungen im Grenzfall kleiner Geschwindigkeiten in die Galilei-Transformation der klassischen Mechanik übergehen müssen.

Im Folgenden wird zunächst eine grafische Ableitung der Lorentz-Transformation aus dem Minkowski-Diagramm vorgenommen. Im Gegensatz zum Ansatz von M. Born [26a], bei dem mit Proportionsrelationen und Satz des Pythagoras gearbeitet wird, werden hierbei Winkelfunktionen und geometrische Ansätze genutzt und es entsteht dabei eine besonders anschauliche Darstellung. Im Anschluss wird ein ausgewählter algebraischer Ansatz präsentiert.

Es soll an dieser Stelle noch kurz auf einen wichtigen Punkt eingegangen werden. Gemäß des Prinzips der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit in allen Inertialsystemen werden für das Referenzsystem („ruhend“) und für einen dazu bewegten Beobachter Messungen der Lichtgeschwindigkeit zum gleichen Ergebnis führen (Kap. 1.6). Dies ist subjektiv korrekt. Bei den im Folgenden diskutierten Ableitungen wird aber ausschließlich die Lichtgeschwindigkeit des Referenzsystems zugrunde gelegt und damit die hieraus getroffenen Beobachtungen beschrieben, aus denen sich im Endeffekt die Lorentz Transformation ergibt.

3.3.1 Ableitung der Lorentz-Transformation aus dem Minkowski Diagramm

Wie bereits ausgeführt wurde, kann die Darstellung des Minkowski-Diagramms ausschließlich aus der Zeitdilatation, Längenkontraktion und Synchronisationsdifferenz abgeleitet werden. Darüber hinaus ist nur die Annahme der Isotropie von Zeit und Raum sowie die

3. Transformationsformalismus und Synchronisation

Konstanz der Lichtgeschwindigkeit (im unbewegten System) erforderlich. Im Folgenden wird gezeigt, dass sich beim Übergang zwischen den dargestellten Systemen dieses Diagramm zwangsläufig Beziehungen entsprechend der Lorentz-Transformation ergeben müssen.

Betrachtet man in dieser Darstellung einen beliebigen Punkt $P_{x,ct}$ (Abb. 3.4), so lassen sich die Koordinaten mit Hilfe der gelb markierten Werte errechnen.

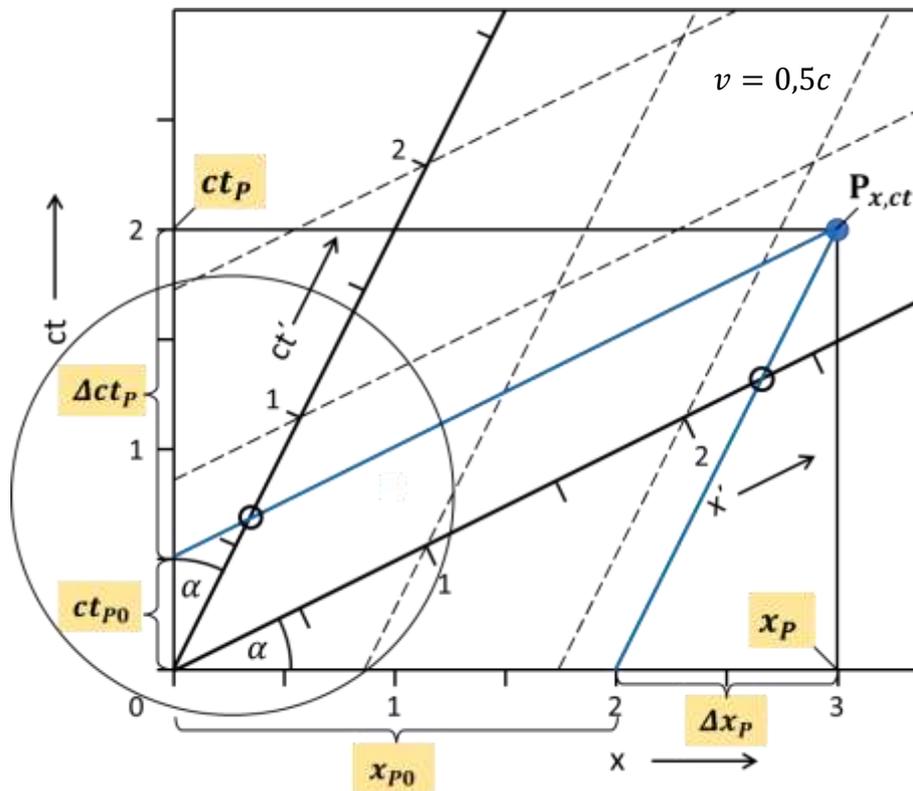


Abb. 3.4 Minkowski-Diagramm mit Koordinatenbestimmung von Punkt $P_{x,ct}$ im bewegten System. Für die Berechnung relevante Größen sind gelb eingefärbt.

Zunächst werden Parallelen zu den x' - und ct' -Achsen gebildet und deren Schnittpunkte mit dem ct/x -Koordinatensystem bestimmt. Die sich dabei ergebenden Werte ct_{P0} und x_{P0} können in x'_P und ct'_P umgewandelt werden. Dazu ist im Bereich um 1 eine Zwischenrechnung erforderlich. Hierzu ist in Abb. 3.4 ein Kreis eingezeichnet, dessen Inhalt in Abb. 3.5 in höherer Auflösung dargestellt ist.

In diesem Diagramm Abb. 3.5 sind alle Werte auf 1 normiert. Im dargestellten Fall tritt keine Ortsveränderung innerhalb des bewegten Labors auf, d. h. die Bewegung erfolgt auf der ct' -Achse. Dann gilt wie bereits in Kap. 2 dargestellt für den Fall $ct = 1$ die Abhängigkeit $d = \gamma \cdot ct_1$. Es folgt

$$\tan \alpha = \frac{v}{c} = \frac{b}{d} = \frac{e}{b} \quad (3.10)$$

und daraus

$$e = d \frac{v^2}{c^2} \quad (3.11)$$

3.3 Lorentz-Transformation

Wegen $f = d - e$ folgt nach dem Einsetzen von Gl. (3.11)

$$f = d - d \frac{v^2}{c^2} = d \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) = \frac{d}{\gamma^2} = \frac{ct_1}{\gamma} \quad (3.12)$$

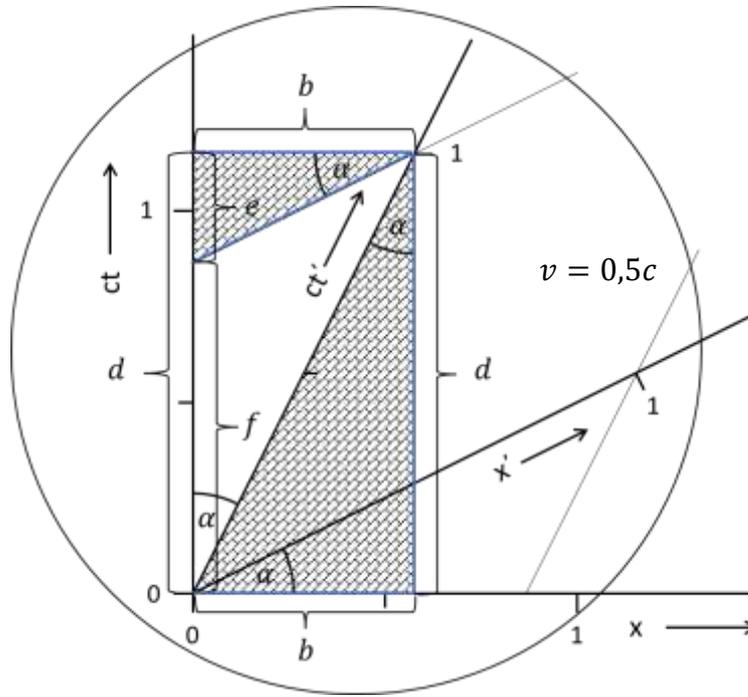


Abb. 3.5: Detail aus Abb. 3.4, Bestimmung des Wertes f entsprechend ct_{p0} aus Abb. 3.4

Für die x' -Achse gilt aus Symmetriegründen der gleiche Zusammenhang. Es folgt zunächst für den Wert ct'_p :

$$ct'_p = \gamma \cdot ct_{p0} \quad (3.13)$$

Aus den geometrischen Gegebenheiten in Abb. 3.4 ergibt sich

$$ct'_p = \gamma (ct_p - \Delta ct_p) \quad (3.14)$$

Wegen

$$\tan \alpha = \frac{\Delta ct_p}{x_p} = \frac{v}{c} \quad (3.15)$$

gilt abschließend

$$t'_p = \gamma \left(t_p - \frac{v}{c^2} x_p \right) \quad (3.16)$$

Für x'_p ergibt sich in gleicher Weise

$$x'_p = \gamma \cdot x_{p0} \quad (3.17)$$

$$x'_p = \gamma (x_p - \Delta x_p) \quad (3.18)$$

3. Transformationsformalismus und Synchronisation

$$\tan \alpha = \frac{\Delta x_p}{ct_p} = \frac{v}{c} \quad (3.19)$$

$$x'_p = \gamma (x_p - v t_p) \quad (3.20)$$

Bei der Berechnung ergeben sich folgende Werte

Ruhendes System	Bewegtes System
$x_p = 3$	$x'_p = 2,309$
$ct_p = 2$	$ct'_p = 0,577$

Die Gleichungen (3.16) und (3.20) entsprechen genau den Beziehungen der Lorentz-Transformation, wie sie bereits in Gl. (1.01) und (1.02) dargestellt wurden. Damit ist also gezeigt, dass diese Gleichungen durch Aufstellung von einfachen geometrischen Beziehungen aus einem Minkowski-Diagramm abgeleitet werden können.

3.3.2 Algebraisches Konzept zur Ableitung der Lorentz-Transformation

Zur Vervollständigung der Überlegungen zur Lorentz-Transformation soll hier auch eine „klassische“, d. h. eine in der Literatur übliche algebraische Ableitung dargestellt werden. Es wurde hier eine Darstellung von H. J. Lüdde und T. Rühl gewählt [34], da diese sehr allgemein gehalten ist und bei der Ableitung keine Annahmen getroffen werden müssen, die sich erst im Nachhinein als sinnvoll erweisen. Auch Einstein hat bereits 1905 eine vergleichbare Ableitung genutzt, allerdings spricht er nur von „einfacher Rechnung“ ohne diese näher zu erläutern [12b].

Zunächst werden zwei Systeme betrachtet, die sich relativ zueinander bewegen. Es handelt sich dabei um Inertialsysteme, d. h. Beschleunigungen und Rotation sind ausgeschlossen. Die Koordinaten werden jeweils durch drei Raum- und eine Zeitkoordinate beschrieben. Für System S sind dies x, y, z, t und System S' enthält x', y', z', t' . Es wird angenommen, dass diese Systeme sich bezogen auf die x -Koordinaten mit der Geschwindigkeit v gegeneinander bewegen, in y - und z -Richtung findet keine Bewegung statt.

Zunächst wird die Situation betrachtet, dass die Ursprungskoordinaten (d. h. die „Nullpunkte“) beider Systeme sich zum definierten Zeitpunkt

$$t = t' = 0 \quad (3.40)$$

treffen. Daraus ergibt sich wegen der vorausgesetzten Linearität eine Beziehungskombination der Form

$$x' = Ax + Bt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = Cx + Dt \quad (3.41)$$

Dies bedeutet, dass t nicht mehr als invariant zum Raum und x nicht mehr als invariant gegenüber der Zeit angesehen werden darf. Daraus folgt für eine beliebige Kugelschale mit einer Lichtquelle im Zentrum die Gültigkeit folgender Beziehungen

3.3 Lorentz-Transformation

$$S: \quad x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2 \quad (3.42)$$

$$S': \quad x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2 \quad (3.43)$$

Daraus folgt

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 \quad (3.44)$$

Zur Auflösung wird zunächst die Systemgeschwindigkeit betrachtet. Vom System S' wird die Geschwindigkeit des Systems S als

$$v = \frac{x}{t} \quad (3.45)$$

bestimmt. Betrachtet man die Situation, dass sich die Systeme im Ursprung passieren, so entsteht aus Gl. (3.41)

$$0 = Avt + Bt \quad (3.46)$$

bzw.

$$B = -Av \quad (3.47)$$

Setzt man die in Gl. (3.44) definierten Beziehungen ein, so ergibt sich

$$(Ax + Bt)^2 - c^2(Cx + Dt)^2 = x^2 - c^2 t^2 \quad (3.48)$$

mit

$$x^2(A^2 - c^2 D^2 - 1) + 2xt(AB - c^2 CD) + t^2(B^2 - c^2 D^2 + c^2) = 0 \quad (3.49)$$

Da die Gleichungen (3.48) und (3.49) für beliebige Orte und Zeiten gelten, erhält man die folgenden Beziehungen:

$$A^2 - c^2 C^2 - 1 = 0 \quad (3.50)$$

$$AB - c^2 CD = 0 \quad (3.51)$$

$$B^2 - c^2 D^2 + c^2 = 0 \quad (3.52)$$

Die Lösung dieses Systems aus 4 Gleichungen mit 4 Unbekannten [Gl. (3.47) sowie die Gl. (3.50) - (3.52)] führt zum Ergebnis

$$t' = \gamma \left(t - \frac{v}{c^2} x \right) \quad (3.53)$$

$$x' = \gamma (x - vt) \quad (3.54)$$

Die y - und z -Komponenten ändern sich nicht.

Die hier dargestellte Ableitung entspricht ebenfalls den bekannten Zusammenhängen der Lorentz-Transformation. Die Resultate bezüglich Zeitdilatation, Längenkontraktion und asynchroner Ortszeit ergeben sich in der Folge als Konsequenz aus den Zusammenhängen. Dies steht im Gegensatz zu den zuvor abgeleiteten Beziehungen, bei denen ein grafischer Ansatz benutzt wurde. Zeitdilatation und Längenkontraktion waren hier Voraussetzungen und keine Ergebnisse der Berechnungen.

Es ist abschließend die Frage zu beantworten, welche Bedeutung das Ergebnis für die Interpretation der Gegebenheiten hat. In Kap. 2.2 wurde bereits ausführlich dargestellt, dass es für ruhende und bewegte Beobachter unmöglich ist aufgrund eines Signalaustauschs auf ihren Bewegungszustand zu schließen. Dies wird durch das gleichzeitige Auftreten von Zeitdilatation und Längenkontraktion hervorgerufen.

Es ist jedoch keineswegs der Fall, dass ein ruhender Beobachter für das bewegte System eine veränderte Lichtgeschwindigkeit feststellt und er wird dort auch weiterhin die Lichtgeschwindigkeit seines Systems zugrunde legen. Die Tatsache, dass der bewegte Beobachter bei einem Signalaustausch innerhalb seines Systems zu den gleichen Ergebnissen kommt wie im Ruhezustand, ist ausschließlich auf die Synchronisationsdifferenz zwischen den Systemen zurückzuführen. Diese Frage wird im Kap. 11 erneut aufgegriffen.

3.4 Einstein Synchronisation

Erstmalig wird diese Form der Synchronisation in der bahnbrechenden Veröffentlichung von Albert Einstein im Jahre 1905 genutzt [12]. Zur Verdeutlichung ist hier in Abb. 3.5 ein Auszug aus der Originalliteratur wiedergegeben, in dem die Lorentz-Transformation abgeleitet wird. Hierbei ist insbesondere die Gleichung

$$\frac{1}{2}(\tau_0 + \tau_2) = \tau_1 \quad (3.60)$$

von Bedeutung. Die Zeiten im bewegten System werden heute üblicherweise mit t' und nicht mit τ gekennzeichnet (außerdem wird heute die Lichtgeschwindigkeit mit c bezeichnet, nicht V). Eine aktuelle Darstellung für Gl. (3.60) erhält somit die Form

$$\frac{1}{2}(t'_0 + t'_2) = t'_1 \quad (3.61)$$

Eine Besonderheit der hier gewählten Beziehung ist die Tatsache, dass die Synchronisation ausschließlich aufgrund der ausgetauschten Signale erfolgt.

Eine sich daraus ergebende Synchronisationsvorschrift lässt sich allgemein folgendermaßen formulieren:

In einem gegebenen Inertialsystem befindet sich im Koordinaten-Ursprung eine ruhende Uhr $U(0)$. An einem anderen Punkt x befindet sich eine gleichartige Uhr $U(x)$. In dem Augenblick, da $U(0)$ die Zeit t_0 anzeigt, wird von dort ein Lichtsignal ausgesandt das zum Punkt x läuft, dort reflektiert wird und dann wieder im Koordinaten-Ursprung bei der Uhr $U(0)$ ankommt, wenn diese die Zeit t_2 anzeigt. $U(x)$ gilt als synchronisiert mit $U(0)$, wenn $U(x)$ im Augenblick der Reflektion die folgende Zeit anzeigt:

$$t_1 = t_0 + \frac{1}{2}(t_2 - t_0) \quad (3.62)$$

Das Ergebnis der Gleichung Gl. (3.62) ist identisch mit Gl. (3.60) bzw. (3.61). Dies gilt auch unabhängig davon, ob die Uhren unbewegt oder bewegt sind (d. h. es ist eine Darstellung mit t oder t' möglich).

3.4 Einstein Synchronisation

Zu jedem Wertsystem x, y, z, t , welches Ort und Zeit eines Ereignisses im ruhenden System vollkommen bestimmt, gehört ein jenes Ereignis relativ zum System k festlegendes Wertsystem ξ, η, ζ, τ , und es ist nun die Aufgabe zu lösen, das diese Größen verknüpfende Gleichungssystem zu finden.

Zunächst ist klar, daß die Gleichungen *linear* sein müssen wegen der Homogenitätseigenschaften, welche wir Raum und Zeit beilegen.

Setzen wir $x' = x - vt$, so ist klar, daß einem im System k ruhenden Punkte ein bestimmtes, von der Zeit unabhängiges Wertsystem x', y, z zukommt. Wir bestimmen zuerst τ als Funktion von x', y, z , und t . Zu diesem Zwecke haben wir in Gleichungen auszudrücken, daß τ nichts anderes ist als der Inbegriff der Angaben von im System k ruhenden Uhren, welche nach der in § 1 gegebenen Regel synchron gemacht worden sind.

Vom Anfangspunkt des Systems k aus werde ein Lichtstrahl zur Zeit τ_0 längs der X-Achse nach x' gesandt und von dort zur Zeit τ_1 nach dem Koordinatenursprung reflektiert, wo er zur Zeit τ_2 anlange; so muß dann sein:

$$\frac{1}{2}(\tau_0 + \tau_2) = \tau_1$$

oder, indem man die Argumente der Funktion τ beifügt und das Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit im ruhenden System anwendet:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \left[\tau(0,0,0,t) + \tau \left(0,0,0, \left\{ t + \frac{x'}{V-v} + \frac{x'}{V+v} \right\} \right) \right] \\ = \tau \left(x', 0,0, t + \frac{x'}{V-v} \right) \end{aligned}$$

Hieraus folgt, wenn man x' unendlich klein wählt:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{V-v} + \frac{1}{V+v} \right) \frac{\partial \tau}{\partial t} = \frac{\partial \tau}{\partial x'} + \frac{1}{V-v} \frac{\partial \tau}{\partial t}$$

oder

$$\frac{\partial \tau}{\partial x'} + \frac{v}{V^2 - v^2} \frac{\partial \tau}{\partial t} = 0$$

Es ist zu bemerken, daß wir statt des Koordinatenursprunges jeden anderen Punkt als Ausgangspunkt des Lichtstrahles hätten wählen können und es gilt deshalb die eben erhaltene Gleichung für alle Werte von x', y, z .

Abb. 3.5 Auszug aus der Originalliteratur von Albert Einstein [12a]

Die in diesen Gleichungen getroffene Festlegung sagt noch nichts darüber aus, ob sie auch bei einem späteren Zeitpunkt erhalten bleibt oder nur einmalig gilt. Prinzipiell können folgende Konstellationen auftreten:

- U(x) verbleibt unbewegt gegenüber U(0)
- U(x) passiert U(0) in nächster Nähe, synchronisiert und entfernt sich dann wieder
- U(x) passiert U(0) in weiter Entfernung ohne direkten Kontakt

Für Situation a) gilt, dass der Faktor γ für beide Uhren identisch ist, daher ist die Synchronisation beliebig mit gleichem Ergebnis wiederholbar. Die Fälle b) und c) entsprechen den Situationen in Kap. 2.1.1 bzw. Kap. 2.1.2. In beiden Fällen wurde festgestellt, dass sich

3. Transformationsformalismus und Synchronisation

unabhängig vom Abstand keine Unterschiede feststellen lassen. Die einzige Voraussetzung ist die Zugrundelegung der Lorentz-Gleichungen.

Bei genauer Interpretation der Situation wird klar, dass für einen Beobachter, dem diese Informationen mit Überlichtgeschwindigkeit übermittelt würden, Unterschiede feststellbar wären. Da dies aber gemäß den Annahmen unmöglich ist, kann ein solcher Fall nicht auftreten und Synchronisationsunterschiede sind prinzipiell nicht feststellbar. Wie bereits erwähnt wird dies auch als „Relativität der Gleichzeitigkeit“ bezeichnet.

Neuere Darstellungen zur Ableitung der Lorentz-Gleichungen enthalten die im Jahr 1905 von Einstein gewählte Form meistens nicht mehr. Stattdessen wird oft eine Darstellung unter Nutzung der Gl. (3.42) und (3.43) verwendet (vgl. auch Kap. 3.3.2)

$$S: \quad x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2 \quad (3.42)$$

$$S': \quad x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2 \quad (3.43)$$

Das Gleichungssystem lässt sich so interpretieren, dass der Übergang von Gl. (3.42) auf Gl. (3.43) der Einstein-Synchronisation entspricht und diese implizit enthält. Einstein selbst hat in seinem „gemeinverständlichen“ Buch über die Relativitätstheorie, mit erster Auflage von 1916, die Erklärung über den Systemvergleich vorgenommen [29]; offensichtlich hat auch er diesen Ansatz für leichter verständlich gehalten.

Bei der später allgemein als Einstein-Synchronisation bezeichneten Vorschrift in Gl. (3.62) handelt es sich um eine Definition, keine Beobachtung. Die Einstein-Synchronisation ist von außerordentlicher Bedeutung für die Spezielle Relativitätstheorie und wird vielfach diskutiert [z. B. 19,20,35]. Nach Darstellung weiterer wichtiger Gesichtspunkte wird sie daher auch in dieser Ausarbeitung in Kap. 11.2 noch genauer betrachtet.